COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 SEPTEMBRE 1876.

PRÉSIDENCE DE M. LE VICE-AMIRAL PÂRIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Examen des observations qu'on a présentées, à diverses époques, comme appartenant aux passages d'une planète intra-mercurielle* (suite). *Discussion et conclusions;* par M. **Le Verrier**.

« 1820, février, 12. — Steinhubel et Stark (suite).

« L'observation de Stark, puisée aux mêmes sources que les précédentes du même astronome est la suivante : Le 12, je vis une singulière tache, d'une forme circulaire et bien définie avec une atmosphère circulaire, d'une teinte orange; elle était à peu près deux fois grosse comme Mercure. A midi (12 heures), cette tache était à 11′20″ du bord Est du Soleil et à 14′17″ du bord sud. A $4^h 23^m$ du soir, il n'y avait plus rien de visible. Cette apparition, dit Stark, serait celle d'un corps planétaire plutôt que celle d'une tache solaire. »

» 1823, décembre 23. Pons (de Zach, *Correspondance*, IX).

» Il résulte des termes de Pons que ce sont des taches ordinaires à plusieurs branches.

» 1826, juillet 31. — Stark (*Met. Jahrbuch*).

« Le 31 juillet, à $4^h 45^m$ du soir, il y avait, dit Stark, au bord nord-est du Soleil, une tache ronde et noire qui n'apparaissait pas la veille et le lendemain. »

» 1834 et 1836. — Pastorff, de Buchholz (Saxe), conseiller privé.

» (Voir *Comptes rendus*, 1859, 2e semestre, p. 810, une Lettre de Herrick.)

» Un astronome se trouverait très-favorisé s'il avait la chance de voir passer une nouvelle planète sur le disque du Soleil; Pastorff n'y va jamais à moins de deux à la fois.

» Une partie des papiers de Pastorff sont conservés par la Société astronomique de Londres. Mais, suivant le vol. XX des *Monthly Notices*, p. 67, ces documents se terminent brusquement en 1833.

» 1839, octobre 2. — DECUPPIS, élève astronome au Collége romain. (*Comptes rendus*, 1839, 2e sem., p. 809.)

» M. Decuppis annonce avoir vu une tache noire parfaitement ronde et à contours nettement terminés qui s'avançait d'un mouvement rapide, de manière qu'elle eût traversé le diamètre du Soleil dans environ six heures.

» 1845, mai 11. — CAPOCCI (*Astr. Nachrichten*, n° 549).

» Capocci et de Gasparis signalent le passage de nombreux petits corps d'un mouvement rapide et dont nous n'avons pas à nous occuper ici.

» 1847, entre les derniers jours de juin et le commencement de juillet.

» MM. SCOTT et WRAY auraient fait une observation dont ils ne peuvent indiquer la date. Il est très-malheureux, dit M. Hind dans sa Lettre du 16 septembre, que la date de l'observation faite à Londres par M. Scott et à Whitby par M. Wray, opticien de mérite, soit perdue. J'ai eu de longues communications de ces messieurs sur ce sujet et un dessin des positions de la tache sur le disque du Soleil, au premier moment où elle fut en vue et au moment où elle disparut, parce que le Soleil descendait dans un banc de nuages. »

» 1847, octobre 11. — JULIUS SCHMIDT (*Wolf Mittheilungen*, X, p. 291).

» Le 11 octobre 1847, à 9 heures du matin, Julius Schmidt vit un petit point noir passer *rapidement* devant le Soleil. Nous n'avons pas à nous y arrêter, bien que Schmidt assure que ce n'était ni un insecte ni un oiseau.

» 1849, mars 12. — JOSEPH SIDEBOTHAM. F. R. A. S.

» Nous extrayons ce qui suit de la Lettre de M. Hind, du 16 septembre. L'observation est imprimée dans le vol. XII des *Comptes rendus de la Société philosophique de Manchester*. Elle porte : En me reportant à mon Journal, je trouve que, le 12 mars 1849, notre ancien membre M. Lowe et moi avons vu une petite tache circulaire et noire traverser une portion du disque du Soleil. Nous procédions alors aux ajustements de l'oculaire d'un télescope de 7 pouces. Nous pensâmes au premier moment que cette tache tenait à l'oculaire, mais nous vîmes bientôt qu'elle était sur le disque du Soleil, et nous constatâmes son mouvement sur le disque pendant environ une demi-heure. Il n'y a pas d'autre Note sur mon Journal, le temps n'est pas mentionné; mais, si je m'en souviens, il était environ 4 heures après midi. »

» 1855, juin 11. — *Observation faite par le Dr* RITTER.

» Ritter se trouvant en Italie à Porto-Danzo, près Naples, avec M. J. Schmidt (plus tard Directeur de l'Observatoire d'Athènes), a observé à l'œil nu et libre, peu de temps avant le coucher du Soleil, le passage d'un corps noir sur le disque.

» Le corps a été aperçu à $5^h 30^m$. De ce moment jusqu'à celui de la sortie, il aurait parcouru environ le tiers du diamètre du Soleil en se mouvant de droite à gauche.

» 1857, septembre 12. — OHRT, avocat à Wandsbeck (Holstein) (*Astron. Nachrichten*, n° 1269).

« A 1 heure après midi, voulant examiner les taches du Soleil de la partie nord, j'ai vu d'une manière frappante une tache *passablement* ronde à 5 minutes du bord nord. Le 13, le ciel était couvert, mais le 14 cette tache avait disparu, tandis que les taches ordinaires étaient visibles. Cette tache extraordinaire me semblait, d'après mes souvenirs et observations, n'être pas beaucoup plus petite que l'image de Mercure, suivie par moi avec le même instrument, lors du passage, en 1848. »

» 1859, mars 26. — LESCARBAULT (*Comptes rendus*, 1860, 1er semestre).

» Nous avons donné tous les détails de cette observation très-authentique. Nous nous bornerons à renvoyer au texte de la Communication faite en 1860.

» 1862, mars 20. — LUMMIS. *Circular spot upon the Sun's disk with rapid motion, as observed by W. Lummis, esq., of Manchester.*

» Dans les *Monthly Notices*, t. XXII, p. 232, M. Hind a inséré la Note suivante :

« Dans une Lettre qui m'a été adressée le 20 mars par M. W. Lummis, employé de la » Compagnie du railway, il est exposé que le matin de ce même jour, pendant qu'il » examinait le disque du Soleil avec un télescope d'environ $2\frac{3}{4}$ pouces d'ouverture, il » a remarqué une petite tache noire plus régulière et mieux définie que d'habitude. Il la » suivit pendant vingt minutes environ et, durant ce temps, elle se déplaça rapidement, » comme le montre un diagramme accompagnant sa Lettre, tout en conservant sa forme » ronde. M. Lummis appela un ami qui vit la tache distinctement comme lui. » Le diamètre apparent était d'environ 7 secondes.

» M. Hind, revenant sur ce sujet, m'écrit à la date du 13 septembre dernier : « Your Communication to the Academy of Sciences of professor Wolf's letter relating to the Sun-spot of 1876, April 4, induced me to make a search amongst my papers for the original letter and diagram of a rapidly moving spot observed upon the Sun's disk 1862, March 20, by Mr. Lummis, of Manchester, which had been mislaid, and having recovered it, I now send you a careful tracing thereof.

» If we are to rely upon such diagrams and data as those of Lummis and Lescarbault, as affording an idea of the position of the orbits of the objects then observed, it appears there must be more than one intra-mercurial body. Thus I have found for circular orbits :

☊	Lummis $178^\circ.30'$	Lescarbault $12^\circ.57'$
i	18.40	11.58
α	0,1319	0,1427
Period	17,50 days.	19,69 days.

» I am as yet unacquainted with the particulars of the observation by Mr. Weber at Peckeloh in 1876, April 4, and whether sufficient data are in existence for a calculation. With regard to the diagram forwarded to me by Mr. Lummis with his letters to

which reference is made in vol. XXII of the *Monthly Notices* of the Astronomical Society a remeasurement has afforded :

(A) 8.28 a. m.	— 2′,9	+ 4′,8	From ☉′ Centre. »
(B) 8.50 a. m.	— 7,8	+ 6,5	

» 1865, mai 8. — Coumbary. (*Comptes rendus*, 1865, 1er sem., p. 1114.)

» Nous renvoyons au texte des *Comptes rendus* en ajoutant seulement le passage suivant de la Lettre de M. Hind du 16 septembre :

« En me servant du diagramme de Coumbary, inséré aux *Comptes rendus*, j'ai fait l'essai d'une orbite circulaire dont voici les résultats :

α	0,00916
☊	89°,58
i	29,6

» Sans grande exactitude sans doute, mais se rapportant peut-être mieux au passage d'une comète d'une petite distance périhélie comparable à celle des comètes de 1843 et de 1680. »

» 1876, avril 4. — Weber (Voir les *Comptes rendus*, 28 août 1876, p. 510, et 11 septembre 1876, p. 561).

» Il nous faut maintenant considérer l'ensemble des observations et, laissant de côté celles qui n'offrent en elles-mêmes aucune garantie, examiner si parmi les autres il s'en trouve plusieurs qu'on puisse attribuer aux passages d'un même corps sur le Soleil.

» Déjà nous avions entretenu l'Académie de cette discussion dans la précédente séance et nous y étions revenu aujourd'hui.

» Au moment du tirage, nous recevons de nouveaux documents qui nous engagent à renvoyer nos conclusions au prochain *Compte rendu*.

» Les observations de Lescarbault (1859), de Lummis (1862) appartiennent-elles définitivement à un même corps ou à deux corps différents?

» L'observation de Weber, du 4 avril dernier, est-elle celle d'un corps planétaire ou celle d'une tache ordinaire?

» Telles sont les questions essentielles sur lesquelles la discussion continue.

» Tout le monde est d'accord sur un point important, c'est qu'il faut poursuivre attentivement l'observation du disque solaire pendant la première quinzaine d'octobre. »

PHYSIQUE GÉNÉRALE. — *Conséquences vraisemblables de la théorie mécanique de la chaleur*. Note de M. le général **Favé**.

« I. La substance qui remplit l'espace et que nous nommons *éther*, sans savoir si elle est simple ou multiple, transmet aux planètes la chaleur solaire. Cette chaleur est un mouvement vibratoire que l'éther communique à la matière pondérable, et ce mouvement vibratoire a une vitesse de translation si considérable, qu'on peut se demander si la chaleur qui vient du Soleil n'exerce pas sur chaque planète un mouvement de répulsion. On parviendrait peut-être à manifester ce genre d'effet par une expérience exécutée d'une manière convenable.

» Toute chaleur rayonnante que nous produisons à la surface de la terre, traversant l'air presque sans l'échauffer, doit être aussi un mouvement se communiquant par l'éther. Or, en dirigeant un faisceau calorifique considérable sur un écran suspendu par un fil, de manière que le faisceau concentré vînt frapper loin de l'axe de suspension, on parviendrait peut-être à rendre sensible l'action d'une force très-petite. Pour éviter que la perturbation due aux mouvements de l'air, provenant d'autres causes, trouble l'effet que l'on veut constater, on trouverait avantage à placer l'écran dans un local isolé et à faire passer le faisceau calorifique à travers une substance, telle que le sel gemme, transparente à la chaleur rayonnante.

» Si la chaleur rayonnante produit une impulsion au point d'arrivée, elle doit avoir, au départ, un effet de recul équivalent; donc, comme conséquence, un corps quelconque doit être soumis toujours, sur chaque point de sa surface, à deux forces de sens contraires. Cette considération, appliquée aux corps célestes, soulèverait un coin du voile qui nous a, jusqu'ici, caché complétement les moyens d'action auxquels sont dus les mouvements des astres.

» II. Les substances transparentes sont traversées par la chaleur rayonnante en proportion plus ou moins grande. Cela veut dire que des mouvements vibratoires de l'éther se communiquent dans tout l'intérieur du corps transparent, depuis la surface d'entrée jusqu'à la surface de sortie, sans se transmettre, du moins immédiatement, à la matière pondérable. Ainsi les corps transparents sont constitués avec de l'éther interposé dans leurs interstices.

» On sait qu'un corps passé de l'état solide à l'état liquide, ou de l'état

liquide à l'état gazeux, a absorbé de la chaleur latente; et pourtant les molécules n'ont sans doute pas changé de vitesse vibratoire, quand le solide, le liquide et le gaz ont été ramenés à la même température. Qu'est-ce donc que cette chaleur latente, c'est-à-dire ce mouvement insensible aux mesures du thermomètre? On a pu faire à ce sujet diverses suppositions, mais tout s'expliquerait, croyons-nous, en admettant que le liquide contient, en quantité plus grande que le solide, de l'éther interposé qui vibre à l'unisson de la matière pondérable. Dans cette hypothèse, le gaz contiendrait encore beaucoup plus d'éther constitutif que le liquide. La transparence des liquides et la facilité qu'offrent les gaz au passage de la chaleur rayonnante sont des faits favorables à cette explication, que l'on pourra tenter de justifier par expérience.

» Si le liquide contient plus d'éther que le solide, sa masse en est augmentée, si peu que ce soit, et l'augmentation est plus considérable encore quand on transforme le liquide en vapeur. Mais, si la masse augmente, le poids doit augmenter aussi; ou du moins, pour qu'il en fût autrement, il faudrait que l'éther fût l'agent même de la pesanteur. D'ailleurs, la masse de l'éther ne saurait être infiniment petite par rapport à celle de la matière pondérable, puisqu'elle lui communique son mouvement. Essayons donc, par tous les moyens de précision dont nous pourrons disposer, de constater un accroissement de poids de la substance renfermée dans un tube, quand elle passe de l'état solide à l'état gazeux.

» III. Lorsqu'un corps solide, un liquide, un gaz change de propriétés physiques ou chimiques, sans avoir éprouvé de modification dans sa composition, cela peut provenir de quantités différentes d'éther constitutif.

» L'acier trempé a des propriétés physiques tout autres que celles de l'acier non trempé, et, comme il est caractérisé surtout par son élasticité, due sans doute à une accumulation de mouvement dans la région comprimée, on peut conjecturer qu'il doit sa propriété élastique à une augmentation d'éther. On s'en assurerait en constatant s'il est vrai que l'acier perde, en se détrempant, une certaine quantité de chaleur latente.

» L'ozone et l'oxygène, le soufre et le phosphore, dans leurs états différents, obéissent peut-être à la même loi.

» IV. Si les inductions qui précèdent étaient confirmées expérimentalement pour l'acier, cela donnerait à penser que les corps, en augmentant de température, n'acquièrent pas seulement un mouvement vibratoire plus rapide, mais qu'ils reçoivent en outre un accroissement d'éther interposé.

Cette conjecture est vraisemblable, à cause de la manière dont la trempe se donne; le refroidissement subit semble devoir fixer, dans l'acier, l'éther qui s'y trouvait à haute température, et non pas l'y introduire brusquement. Il serait donc à croire, et ce sera la dernière de nos conclusions conjecturales, que les corps solides opaques ont, tout comme les corps transparents, une certaine quantité d'éther constitutif, qui augmente avec la température. On en aurait la preuve si l'on constatait jamais, par des moyens de comparaison plus précis que les nôtres, que, sans changer d'état, un corps solide augmente de masse à mesure que sa température s'élève. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur le contact d'une courbe avec un faisceau de courbes doublement infini.* Note de M. **W. Spottiswoode.**

« Dans les *Mathematische Annalen* (t. III, p. 459), Brill a donné des théorèmes sur le contact d'une courbe avec un faisceau de courbes doublement infini. En revenant à mes Mémoires sur le contact des courbes et des surfaces, publiés dans les *Philosophical Transactions* de Londres, je trouve que les formules que j'y ai établies s'appliquent directement à la question dont il s'agit et à d'autres même plus générales. En me bornant pour le moment au problème de Brill, je me propose ici de me servir de ces formules pour en tirer une solution.

» Soient $U = 0$ une courbe du degré m; $\varphi = 0$, $\psi = 0$, $\chi = 0$ trois courbes du degré m; α, β, γ des constantes arbitraires; et $V = \alpha\varphi + \beta\psi + \gamma\chi = 0$ un faisceau. Supposons qu'au point $P_1(x, y, z)$, U a un contact à trois points (c'est-à-dire une osculation) avec V; et posons, comme à l'ordinaire,

$$\partial_x U = u, \quad \partial_x^2 U = u, \quad \ldots, \quad \partial_y \partial_z U = u', \quad \ldots,$$

$$H = \begin{vmatrix} u_1, & w', & v', \\ w', & v_1, & u', \\ v', & u', & w_1, \end{vmatrix} \quad \Delta = \begin{vmatrix} u_1, & w', & v', & \partial_x \\ w', & v_1, & u', & \partial_y, \\ v', & u', & w_1, & \partial_z, \\ \partial_x, & \partial_y, & \partial_z. & \end{vmatrix} \quad \partial_x = (\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H})(\partial_x, \partial_y, \partial_z)^2$$

» Cela posé, les formules pour un contact à trois points, et tirées des Mémoires précédemment cités, seront

$$(1) \qquad \partial_x V : u = \partial_y V : v = \partial_z V : w = \Delta V : \varpi H.$$

En égalant chacune de ces expressions à une constante arbitraire $-\delta$,

nous aurons les quatre équations

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} \alpha\partial_x\varphi + \beta\partial_x\psi + \gamma\partial_x\chi + \delta u \quad = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \alpha\Delta\varphi \;+ \beta\Delta\psi \;+ \gamma\Delta\psi \;+ \varpi\delta\mathrm{H} = 0. \end{array}\right.$$

» D'un côté, on pourrait éliminer de ces équations deux fois les variables x, y, z et en tirer deux équations en α, β, γ qui serviraient pour déterminer les deux quantités $\alpha : \beta : \gamma$, et par conséquent les courbes du faisceau qui auront un contact à trois points avec la courbe U dans le point P.

» De l'autre côté, on pourrait de ces mêmes équations éliminer les quantités α, β, γ, δ et en tirer le résultant

$$(3)\quad \left\{\begin{array}{llllll} \Phi = & \partial_x\varphi, & \partial_x\psi, & \partial_z\chi, & u & = 0, \\ & \partial_y\varphi, & \partial_y\psi, & \partial_y\chi, & v & \\ & \partial_z\varphi, & \partial_z\psi, & \partial_z\chi, & w & \\ & \Delta\varphi, & \Delta\psi, & \Delta\chi, & \varpi\mathrm{H}, & \end{array}\right.$$

c'est-à-dire une courbe du degré $3m + 3n - 9$, qui coupe la courbe U dans les points où elle a un contact à trois points avec une des courbes quelconque du faisceau.

» Voici le théorème principal dont il s'agit : aux points d'intersection de toutes les courbes φ, ψ, χ, U (c'est-à-dire les points pour lesquels $\varphi = 0$, $\psi = 0$, $\chi = 0$, $\mathrm{U} = 0$) la courbe Φ a un contact à trois points avec U. En effet, posons

$$(4)\quad \left\{\begin{array}{lllll} \mathrm{K}_1 = & \varphi, & \psi, & \chi, & \mathrm{U}, \\ & \partial_y\varphi, & \partial_y\psi, & \partial_y\chi, & v, \\ & \partial_z\varphi, & \partial_z\psi, & \partial_z\chi, & w, \\ & \Delta\varphi, & \Delta\psi, & \Delta\chi, & \varpi\mathrm{H}, \end{array}\quad \begin{array}{llll} \mathrm{K} = & \partial_y\varphi, & \partial_y\psi, & \partial_y\chi, \\ & \partial_z\varphi, & \partial_y\psi, & \partial_y\chi, \\ & \Delta\varphi, & \Delta\psi, & \Delta\chi, \\ & & & \end{array}\quad \mu = (n-m) : m,\right.$$

on trouvera

$$(5)\quad \left\{\begin{array}{lllll} x\Phi = & m\varphi, & m\psi, & m\chi, & n\mathrm{U} = \\ & \partial_y\varphi, & \partial_y\psi, & \partial_y\chi, & v \\ & \partial_z\varphi, & \partial_z\psi, & \partial_z\chi, & w \\ & \Delta\varphi, & \Delta\psi, & \Delta\chi, & \varpi\mathrm{H} \end{array}\begin{array}{lllll} m\varphi, & \psi, & \chi, & \mathrm{U} + \mu\mathrm{U}, \\ \partial_y\varphi, & \partial_y\psi, & \partial_y\chi, & v, \\ \partial_z\varphi, & \partial_z\psi, & \partial_z\chi, & w, \\ \Delta\varphi, & \Delta\psi, & \Delta\chi, & \varpi\mathrm{H}, \end{array}\right.$$

$$= m(\mathrm{K}_1 - \mu\mathrm{K}\mathrm{U}),$$

d'où l'on tire

$$(6)\qquad (\Phi + x\partial_x\Phi) : m = \partial_x \mathrm{K}_1 - \mu u \mathrm{K} - \mu \mathrm{U} \partial_x \mathrm{K}.$$

Mais il est visible que pour les points $\varphi = 0,\ \psi = 0,\ \chi = 0,\ \mathrm{U} = 0$,

$$(7)\qquad \partial_x \mathrm{K}_1 = \Phi = 0, \quad \partial_y \mathrm{K}_1 = 0, \quad \partial_z \mathrm{K}_1 = 0,$$

de sorte qu'en négligeant les termes de (6) qui disparaissent avec φ, ψ, χ, U, on aura

$$(8)\qquad \partial_x\Phi : u = \partial_y\Phi : v = \partial_z\Phi : w = -m\mu\mathrm{K} : x,$$

qui expriment les conditions pour que les courbes U et Φ se touchent (contact à deux points) au point P. En opérant de nouveau sur l'équation (5) avec Δ, et en écrivant

$$\mathcal{A}\partial_x + \mathcal{H}\partial_y + \mathcal{G}\partial_z = \mathrm{A}, \quad \mathcal{H}\partial_x + \mathcal{B}\partial_y + \mathcal{F}\partial_z = \mathrm{B}, \quad \mathcal{G}\partial_x + \mathcal{F}\partial_y + \mathcal{C} = \mathrm{C},$$

$$\nu = \text{degré de K}, \quad \mathrm{N} = \text{degré de } \Phi, \quad \text{et} \quad \mathrm{N} = \nu + n - 1,$$

on tirera

$$(x\Delta\Phi + 2\mathrm{A}\Phi) : m = \Delta\mathrm{K}_1 - 3\mu\mathrm{KH} - 2\nu\mu\mathrm{KH} : (n-1) - \mu\mathrm{U}\Delta\mathrm{K},$$

c'est-à-dire

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} x\Delta\Phi : m &= \Delta\mathrm{K}_1 + [2 - 3(n-1) - 2\nu]\mu\mathrm{KH} : (n-1) - \mu\mathrm{U}\Delta\mathrm{K}, \\ &= \Delta\mathrm{K}_1 - [1 + 2(\mathrm{N}-1) : (n-1)]\mu\mathrm{KH} - \mu\mathrm{U}\Delta\mathrm{K}, \\ &= \Delta\mathrm{K}_1 - \varpi_1\mu\mathrm{KH} - \mu\mathrm{U}\Delta\mathrm{K}. \end{aligned}\right.$$

» Mais, en supprimant, pour le moment, les termes en ψ, χ, U, on trouvera

$$(10)\quad \left\{\begin{aligned} \Delta\mathrm{K}_1 &= \begin{array}{llll} \Delta\varphi\ldots 3\mathrm{H} & +\, 2\partial_x\varphi & +\, 2\partial_y\varphi & +\, 2\partial_z\varphi, \\ \partial_y\varphi\ldots\nu & \mathrm{A}\partial_y\varphi & \mathrm{B}\partial_y\varphi & \mathrm{C}\partial_y\varphi, \\ \partial_z\varphi\ldots w & \partial_z\varphi & \partial_z\varphi & \partial_z\varphi, \\ \Delta\varphi\ldots\varpi\mathrm{H} & \Delta\varphi & \Delta\varphi & \Delta\varphi, \end{array} \\ &= \begin{array}{llll} \Delta\varphi + 2\mathrm{A}\partial_x\varphi & -\, 2(\mathrm{A}\partial_x\varphi & +\, \mathrm{B}\partial_y\varphi & +\, \mathrm{C}\partial_z\varphi) = -\Delta\varphi + 2\mathrm{A}\Phi, \\ \partial_y\varphi & \partial_y\varphi & \partial_y\varphi & \partial_y\varphi \\ \partial_z\varphi & \partial_z\varphi & \partial_z\varphi & \partial_z\varphi \\ \Delta\varphi & \Delta\varphi & \Delta\varphi & \Delta\varphi \end{array} \\ &= (3 - \varpi)\mathrm{KH} - 2(n-m)\mathrm{KH}, \\ &= (2n - 2 - 2m + 2 - 2n + 2m)\mathrm{KH} : (n-m), \\ &= 0, \end{aligned}\right.$$

et par conséquent

(11) $\partial_x\Phi : u = \partial_y\Phi : v = \partial_z\Phi : w = \Delta\Phi : \varpi_1\, \mathrm{H} = -(n-m)\mathrm{K} : x,$

qui sont en effet les conditions pour que Φ ait un contact à trois points avec U au point P.

» Quand le point P est un point double de U, on aura

(12) $u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \mathrm{H} = 0;$

et par conséquent,

(13) $\partial_x\Phi = 0, \quad \partial_y\Phi = 0, \quad \partial_z\Phi = 0, \quad \Delta\Phi = 0, \quad \mathrm{H}(\Phi) = 0.$

ce qui exprime que le point P est aussi un point double de Φ.

» De plus, en formant la dérivée de l'équation (9) et en écrivant

$$\partial_x\mathrm{H} = p, \quad \partial_y\mathrm{H} = q, \quad \partial_z\mathrm{H} = z,$$

on trouve

$$(\Delta\Phi + x\,\partial_x\Delta\Phi) : m = -\varpi_1\,\mu\mathrm{K}p + \mu u\Delta\mathrm{K};$$

mais, puisque $u = 0$, $\Delta\Phi = 0$, cela donne

$$\partial_x\Delta\Phi : p = \partial_y\Delta\Phi : q = \partial_z\Delta\Phi : r,$$

c'est-à-dire que la courbe $\Delta\Phi$, qui passe par les points doubles de Φ touche le hessien H de U, aux points dont il s'agit. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHOTOGRAPHIE. — *Recherches photomicrographiques sur les effets de la réduction des sels d'argent dans les épreuves photographiques.* Note de M. J. GIRARD.

(Renvoi à l'examen de M. Fizeau.)

« En examinant sous un fort grossissement un cliché négatif, développé indistinctement au sulfate de fer ou à l'acide pyrogallique, on remarque presque toujours, dans les parties claires, non impressionnées, des cristaux uniformément répartis, ayant à peine $\frac{1}{100}$ de millimètre. Ces cristaux d'iodure d'argent réduit, quelquefois très-abondants, constituent le *voile*, cause de fréquents insuccès ; ils se répandent souvent à la surface de la couche sensible, comme un nuage imperméable à la lumière. J'ai l'honneur de transmettre à l'Académie une épreuve photomicrographique de ces cristaux,

sous un grossissement de 800 diamètres; elle a été prise sur le point clair d'un négatif de paysage, où le voile était imperceptible à l'œil nu.

» Les effets qui se produisent dans la couche sensible paraissent être distincts des réductions superficielles. En examinant les noirs ou parties impressionnées par la lumière, sur une série de tons d'intensité progressive, on reconnaît qu'ils sont formés d'incrustations, à texture réticulée et granuleuse, d'autant plus accentuées que la couche sensible a été impressionnée, et sans apparence de cristallisation. »

GÉOLOGIE. — *Les schistes carburés des Côtes-du-Nord.* Note de M. **J.-T. Héna.** (Extrait.)

(Renvoi à l'examen de M. Daubrée.)

« Contrairement aux opinions anciennes, M. Massieu, ingénieur des Mines à Rennes, avait rapporté à la période antésilurienne (1) plusieurs bandes de terrains classés autrefois comme siluriens. Mes observations sur plusieurs points du département me paraissent confirmer l'opinion de M. Massieu.

» Les schistes carburés, schistes graphiques, parmi lesquels il faut ranger les *terres noires* des environs de Saint-Brieuc, caractérisent principalement cette formation antésilurienne de notre département et d'une partie du Finistère, depuis Saint-Brieuc jusqu'à Plestin, en passant par Pontrieux, Laroche, les environs de Lannion et Saint-Michel-en-Grève, etc., du nord au sud-ouest du département.

» Ce qui est remarquable, c'est la rareté des fossiles dans les schistes exploités non loin de ces carbures, qui présentent partout la même physionomie et témoignent cependant de l'enfouissement de grands amas de matière végétale et organique. Mes observations autour de Plestin et de la baie de Saint-Michel-en-Grève m'en ont fourni un exemple frappant (2). Du côté nord de cette baie, on trouve, au-dessus du bourg de Saint-Michel et dans les falaises mêmes, un grand dépôt de schiste carburé que l'on suit sur une étendue de 150 à 200 mètres. Du côté sud de la même baie,

(1) Note adressée à l'Académie (*Comptes rendus*, 1864), sur les terrains traversés par le chemin de fer de Rennes à Brest.

(2) Pareille chose se voit encore dans le nord du département, à Pléhédel, près de Plouha, à Lantic, près d'Étables, où j'ai vu le schiste exploité sans fossiles auprès de grands dépôts de carbure.

on exploite à Saint-Efflоin trois carrières d'une ardoise grossière très-épaisse, qui ont fourni d'énormes débris. Je n'y ai constaté que des empreintes d'un fossile énigmatique, que les carriers appellent des *soleils* ou des pièces de *cent sous* et dont le contour ressemble à celui d'une ogygie, mais sans trace de lobes ni d'articulations. Même résultat négatif aux carrières de Pontmerion dans Guimaec (Finistère). A Loquirec, le schiste, sous l'influence d'un quartz blanc éruptif, passe à de grandes dalles verdâtres, un peu cristallines, assez semblables à celles de Saint-Cast près de Dinan, et ayant une grande analogie avec les dalles de l'étage azoïque de l'Angleterre ou de Bohême....

» Ce qu'on peut ajouter comme preuve de l'ancienneté de cette formation, c'est que le granite ancien, blanchâtre à petits grains, constaté par les précédents explorateurs, est postérieur au schiste avec carbure. On voit, en effet, ce granite envoyer des filons dans le schiste lui-même, entre Trédrez et Saint-Michel-en-Grève, et sur une foule d'autres points.... »

VITICULTURE. — *Sur la destruction du Phylloxera par la culture intercalaire du maïs rouge*. Lettre de M. **Gachez** à M. Dumas.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

« Après de longues et patientes recherches, je suis arrivé à me convaincre que les vignes dans les rangs desquelles j'avais semé du maïs rouge étaient complétement préservées du Phylloxera; l'insecte abandonnait la vigne pour se précipiter en masse sur les racines du maïs. L'année dernière, et même au printemps dernier, les racines des pieds de vignes traitées par mon procédé étaient couvertes de Phylloxeras; ce mois-ci, malgré les plus patientes recherches, je n'ai pu trouver un seul individu de cette espèce, mais, en revanche, les pieds de maïs en étaient complétement infestés; les racines du maïs semé dans une terre à côté ne présentaient pas de trace de Phylloxeras. Je livre à votre haute appréciation les résultats de mon expérience, persuadé que vous voudrez bien en faire l'essai et le livrer à la publicité. »

M. **J. Rosier**, M. **L. Durand**, M. **P.-J. Martin** adressent diverses Communications relatives au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

M. **P. Germain** soumet au jugement de l'Académie une Note relative à

l'emploi de bobines à résistance très-petite, pour permettre d'appliquer les lignes télégraphiques, en temps d'orage, à des avertissements météorologiques.

La mise en communication avec la terre étant le seul état de charge inoffensif, l'auteur s'est proposé d'imaginer une disposition qui produisît ce résultat automatiquement, en temps opportun. Après divers essais, il s'est arrêté à l'emploi de bobines dont il donne la description et dont la résistance, évaluée en ohms, n'est que de 2,8; elles donnent, suivant l'auteur, autant d'aimantation que des bobines de 185 ohms, sur les lignes de moyenne résistance : elles sont inaltérables par les plus puissants orages. Les fils télégraphiques peuvent être mis en communication avec la terre, tout en rendant possible l'échange des correspondances.

(Renvoi à l'examen de M. Th. du Moncel.)

M. **H. Miot** adresse une Note relative à l'action exercée sur les animaux par les émanations sulfureuses du sol.

(Renvoi à l'examen de M. Boussingault.)

M. **A. Puech** soumet au jugement de l'Académie une étude statistique sur la répétition des accouchements multiples.

(Renvoi au Concours de Statistique.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, un certain nombre de brochures publiées à Philadelphie par M. *J.-W. Nystrom*, et relatives, soit au système métrique, soit à diverses questions de Mécanique. (Voir au Bulletin bibliographique.)

GÉOMÉTRIE. — *Du nombre des branches de courbes d'un système* (μ, ν), *qui coupent une courbe algébrique donnée, sous un angle de grandeur donnée, ou dont les bissectrices aient une direction donnée.* Note de M. **G. Fouret**, présentée par M. Chasles.

« La question qui fait l'objet de cette Note a déjà été traitée, d'abord par M. Chasles, dans le cas des systèmes de coniques (*), puis par M. de

(*) *Comptes rendus*, t. LVIII, p. 425-431.

Jonquières, dans le cas des systèmes de courbes algébriques de degré quelconque (*), et en dernier lieu par nous, dans le cas des systèmes de courbes transcendantes (**). Mais, dans les trois cas, la solution suppose que la courbe algébrique de degré donné, rencontrée par les courbes du système, ne possède aucune singularité. La nouvelle solution que je vais indiquer est affranchie de cette restriction ; elle est un cas particulier du théorème suivant, que je démontrerai d'abord :

» I. *Étant donnés, dans un plan, trois systèmes* (μ, ν), (μ', ν'), (μ'', ν''), *de courbes algébriques ou transcendantes, et une courbe algébrique* U_m^n *du* $m^{ième}$ *degré et de la* $n^{ième}$ *classe, le nombre des points de cette dernière courbe, en chacun desquels passent trois courbes appartenant respectivement aux trois systèmes donnés, et ayant au point considéré, avec la courbe* U_m^n, *un rapport anharmonique donné* λ, *est égal à* $(m+n)\mu\mu'\mu'' + m(\mu'\mu''\nu + \mu''\mu\nu' + \mu\mu'\nu'')$.

» J'appelle ici, par abréviation, *rapport anharmonique* de quatre courbes en un point qui leur est commun, le rapport anharmonique des tangentes à ces courbes en ce point. Supposons d'abord que la courbe U_m^n se réduise à une droite quelconque D $(m=1, n=0)$. Le théorème I, dans ce cas particulier, résulte immédiatement du suivant que j'ai établi précédemment (***), à savoir :

» *Étant donnés trois systèmes* (μ,ν), (μ',ν'), (μ'',ν''), *et un point* O, *le lieu d'un point* a, *tel que les tangentes à trois courbes appartenant chacune à chacun des systèmes, et la droite* aO *forment un rapport anharmonique donné* λ, *est une courbe de degré* $2\mu\mu'\mu'' + \mu'\mu''\nu + \mu''\mu\nu' + \mu\mu'\nu''$, *qui a un point multiple d'ordre* $\mu\mu'\mu''$ *en* O.

» Prenons le point O sur la droite D. Parmi les points de rencontre de cette droite avec le lieu que nous venons de définir, $\mu\mu'\mu''$ sont confondus avec le point O. Les autres, au nombre de $\mu\mu'\mu'' + \mu'\mu''\nu + \mu''\mu\nu' + \mu\mu'\nu''$, répondent aux conditions énoncées dans le théorème I ci-dessus.

» Cela posé, cherchons les *caractéristiques d'un quatrième système* (μ''',ν'''), *tel qu'en chaque point du plan il passe quatre courbes appartenant respectivement aux quatre systèmes, et ayant un rapport anharmonique donné* λ. On peut associer les branches des trois systèmes donnés, qui passent en un point quelconque du plan, d'un nombre de manières différentes égal à $\mu\mu'\mu''$,

---

(*) *Comptes rendus*, t. LVIII, p. 535-537.

(**) *Comptes rendus*, t. LXXVIII, p. 831. — *Bulletin de la Société mathématique*, t. II, p. 81-82.

(***) *Comptes rendus*, *loc. cit.* — *Bulletin de la Société mathématique*, *loc. cit.*

d'après la condition que chaque groupe contienne une branche et une seule de chacun des systèmes donnés. A chaque groupe correspond une branche et une seule du système (μ''', ν'''); donc $\mu''' = \mu\mu'\mu''$.

» La seconde caractéristique ν''' est évidemment égale au nombre des points d'une droite D quelconque, qui satisfont aux conditions du théorème I envisagé par rapport à cette droite et par rapport aux trois systèmes donnés. On a donc $\nu''' = \mu\mu'\mu'' + \mu'\mu''\nu + \mu''\mu\nu' + \mu\mu'\nu''$.

» Pour démontrer le théorème I dans le cas d'une courbe U_m^n quelconque, il n'y a alors qu'à trouver le nombre des points de contact des courbes du système (μ''', ν''') avec U_m^n. Or ce nombre, d'après un théorème que nous avons donné dernièrement (*), est

$$n\mu''' + m\nu''' = n\mu\mu'\mu'' + m(\mu\mu'\mu'' + \mu'\mu''\nu + \mu''\mu\nu' + \mu\mu'\nu'').$$

» Le théorème I est ainsi démontré dans toute sa généralité, la démonstration précédente supposant uniquement qu'il n'existe aucun lien entre les trois systèmes donnés et la courbe U_m^n.

» Réduisons maintenant les systèmes (μ', ν') et (μ'', ν'') à deux faisceaux de droites ayant pour sommets respectifs deux points donnés e et f. On a alors $\mu' = 1, \nu' = 0$, $\mu'' = 1$, $\nu'' = 0$, et l'énoncé du théorème I devient le suivant :

» II. *Étant donnés un système (μ, ν), une courbe algébrique U_m^n du $m^{ième}$ degré et de la $n^{ième}$ classe, et un segment ef, il existe $(m+n)\mu + m\nu$ points de U_m^n, en chacun desquels la tangente à U_m^n et la tangente à l'une des courbes du système qui y passent divisent ef suivant un rapport anharmonique donné λ.*

» Si l'on suppose, dans ce dernier théorème, que les points e et f soient les *points circulaires à l'infini*, on obtient le résultat suivant :

» III. *Étant donnés un système (μ, ν), et une courbe algébrique U_m^n du $m^{ième}$ degré et de la $n^{ième}$ classe, il existe $(m+n)\mu + m\nu$ branches de courbes du système, qui coupent U_m^n sous un angle donné de grandeur et de sens de rotation.*

» Lorsque les points e et f s'éloignent à l'infini dans deux directions rectangulaires, le théorème II devient :

» IV. *Etant donnés un système (μ, ν) et une courbe algébrique U_m^n du $m^{ième}$ degré et de la $n^{ième}$ classe, il existe $(m+n)\mu + m\nu$ branches de courbes*

(*) *Comptes rendus*, t. LXXXII, p. 1328.

du système coupant U_m^n *sous un angle dont les bissectrices aient des directions données.*

» Dans le cas où U_m^n est une courbe générale du degré m, on a $n = m(m-1)$; et les résultats déduits des théorèmes II, III et IV reproduisent ceux qui ont été donnés par M. de Jonquières pour le cas des systèmes de courbes algébriques, et ont été étendus par nous au cas des systèmes de courbes quelconques.

» Le nombre indiqué dans les théorèmes II, III et IV est susceptible de réduction, lorsque les points e et f sont liés géométriquement à la courbe U_m^n ou au système (μ, ν). Supposons, par exemple, que ce système soit composé de *coniques passant toutes par les points e et f.* Soit a un des points de rencontre de ef avec U_m^n : il est aisé de voir que chacune des μ coniques passant en a est comprise dans le nombre $(m+n)\mu + m\nu$ (II). En effet, une pareille conique, passant par les trois points e, f et a, situés en ligne droite, comprend cette droite comme partie intégrante; sa tangente en a est cette droite elle-même, et le faisceau formé des tangentes en a à U_m^n et à la conique, et des droites ae et af, ayant trois rayons coïncidents, le rapport anharmonique de ce faisceau est indéterminé et peut être considéré comme égal à λ. En faisant abstraction des $m\mu$ coniques exceptionnelles que nous venons de signaler, le nombre donné par le théorème II se réduit à $n\mu + m\nu$. Si, en particulier, les points e et f communs à toutes les coniques sont les points circulaires de l'infini, on obtient le théorème suivant :

» V. *Le nombre des cercles formant un système* (μ, ν), *qui coupent une courbe algébrique du* $m^{\text{ième}}$ *degré et de la* $n^{\text{ième}}$ *classe, sous un angle donné de grandeur et de sens de rotation, est égal à* $n\mu + m\nu$.

» Ce dernier théorème justifie la remarque qui termine notre précédente Communication sur le *lieu des points, dont les distances à des courbes données vérifient une relation donnée* (*). »

CHIMIE. — *Nouveau procédé d'extraction du gallium.* Note de M. **Lecoq de Boisbaudran**, présentée par M. Wurtz.

« J'ai récemment simplifié et beaucoup abrégé la préparation du gallium en opérant comme suit (**) :

(*) *Comptes rendus*, séance du 18 septembre 1876.

(**) On trouvera les détails dans une prochaine livraison des *Annales de Chimie et de Physique*.

» 1° Le minerai est, suivant sa nature, dissous dans l'eau régale, l'acide chlorhydrique ou l'acide sulfurique. On traite la liqueur à froid par des lames de zinc; on filtre alors que le dégagement d'hydrogène est encore assez notable, puis on chauffe le liquide avec un grand excès de zinc. Le dépôt gélatineux est lavé et repris par l'acide chlorhydrique. On chauffe la nouvelle liqueur avec un excès de zinc, et l'on obtient un second précipité gélatineux.

» Jusqu'ici, la marche est identique à celle du procédé précédent (voir *Comptes rendus* 8 mai 1876, p. 1098).

» 2° Dans la solution chlorhydrique du second précipité formé par le zinc, on fait passer un courant d'hydrogène sulfuré; on filtre, on chasse l'hydrogène sulfuré; enfin on fractionne par le carbonate de soude, en s'arrêtant dès que la raie Ga α 417,0 cesse d'être visible avec la solution chlorhydrique du précipité.

» 3° Les oxydes (ou sous-sels) sont repris par l'acide sulfurique; la solution est évaporée avec précaution jusqu'à ce qu'il ne se dégage plus, ou presque plus, de vapeurs blanches sulfuriques. On laisse refroidir; on agite avec de l'eau qui dissout la masse au bout d'un temps variant de quelques heures à une couple de jours.

» La solution du sulfate à peu près neutre est étendue de beaucoup d'eau et portée *à l'ébullition*. On sépare le sous-sel de gallium par filtration *à chaud*.

» 4° Ce sel basique est dissous dans un peu d'acide sulfurique et la liqueur est additionnée d'un petit excès de potasse caustique, de façon à ne pas dissoudre le gallium, mais à laisser le fer. On filtre. Un courant prolongé de gaz carbonique précipite ensuite l'oxyde de gallium.

» 5° Cet oxyde est repris par le moins possible d'acide sulfurique; on ajoute un petit excès d'acétate d'ammoniaque légèrement acide; puis on fait passer de l'hydrogène sulfuré. Dans ces conditions, le gallium ne se précipite pas, ainsi qu'il sera dit dans une Communication ultérieure.

» 6° La liqueur acétique est filtrée, étendue d'eau et portée à l'ébullition. La plus grande partie du gallium se précipite. On filtre *à chaud*.

» L'eau mère, concentrée et bouillie avec de l'eau régale (afin de détruire les sels ammoniacaux) est réunie aux autres résidus de gallium.

» 7° Le précipité formé à chaud dans la liqueur acétique est repris par l'acide sulfurique; on ajoute un léger excès de potasse caustique et l'on filtre.

» 8° La solution potassique est électrolysée. On détache facilement le gallium métallique de la lame de platine en pressant celle-ci entre les doigts, sous l'eau tiède.

» 9° On maintient le métal, pendant une demi-heure environ, à 60 ou 70 degrés, dans de l'acide nitrique (*bien exempt de chlore*) étendu de son volume d'eau ; après lavage, il peut être considéré comme pur.

» Les divers résidus gallifères, provenant des manipulations n°s 2 à 9, sont mêlés et traités d'abord par le carbonate de soude fractionné, pour séparer la majeure partie du zinc, de l'alumine, etc. ; puis par la potasse pour enlever le fer. Le produit est réuni à celui de l'opération n° 2.

» Quand on parvient à un résidu contenant peu de gallium et beaucoup de fer, le plus simple est de traiter par le zinc à chaud, à l'abri de l'air ; la majeure partie du fer reste en solution. »

La séance est levée à 4 heures et demie. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 25 septembre 1876.

A new Treatise on Steam engineering, physical properties of permanent gases, and of different kinds of vapor; by John W. Nystrom. Philadelphia, J.-B. Lippincott, 1876 ; in-8° relié.

A new treatise on elements of mechanics establishing strict precision in the meaning of dynamical terms, etc.; by John W. Nystrom. Philadelphia, Porter et Coates, 1875; in-8° relié.

On the dynamical Law of Horse-Power of Steam-Boilers; by John W. Nystrom. Philadelphia, J. Penington and Son, 1875; in-8°.

John W. Nystrom. *Principles of Dynamics.* Philadelphia, John P. Murphy, 1874; in-8°.

On the french metric system of weights and measures, etc.; by John W. Nystrom. Philadelphia, J. Penington and Son, 1876; in-8°.

The reports of the committee of the Franklin institute on the mode of determining the Horse-Power of Steam-Boilers together with a report of the dis-

cussion upon the Same, at the Stated meeting of the Society, held october 16, 1872. Philadelphia, Merrihew and Son, 1874; in-8°.

John W. NYSTROM. *Project for a technological institute and museum of useful Arts in Philadelphia.* 1875; br. in-8°.

Delle accensioni vulcaniche e della ipotesi del calore centrale della Terra. Memoria del prof. cav. A. LONGO. Catania, s. d.; in-4°.

Un qui pro quo in fatto di generazione spontanea. Nota letta all' Accademia Gioenia dal socio attivo G. Dre Coco ZANGHI. Sans lieu, ni date; br. in-4°.

Sul cane. Nota zoologica di Mons. G. Coco ZANGHY. Catania, tipogr. Roma, 1874; in-8°.

ERRATA.

(Séance du 14 juin 1876.)

Tome LXXXII, page 1400, théorème II, ligne 4, *au lieu de* mn', *lisez* $2mn'$; et Corollaire, ligne 2, *au lieu de* $2m + 2n$, *lisez* $2m + 4n$.

(Séance du 18 septembre 1876.)

Page 599, ligne 3, *au lieu de* $\lim\left(\frac{2^i}{\alpha^i}\right)$, *lisez* $\lim\left(\frac{2^i}{\alpha_i}\right)$.

» ligne 8 en remontant, *au lieu de* dépendraient d'équations, *lisez* donneraient lieu à des équations.

Des solutions étrangères ont été indiquées, par erreur, dans les théorèmes II, IV, V, VII, VIII et IX, concernant les produits de trois segments; et, par suite, ces théorèmes demandent les rectifications suivantes :

Page 590, ligne 2, *au lieu de* $3n'n''$, *lisez* $4n'n''$; et ligne 4, *au lieu de* $2n'n''$, *lisez* $3n'n''$ (conformément au théorème I).

Page 590, théorème IV, ligne 4, *au lieu de* $3n'n''$, *lisez* $4n'n''$.

Page 590, théorème V, ligne 4, *au lieu de* $3n'n''$, *lisez* $4n'n''$; et ligne 6, *au lieu de* $2n'n''$, *lisez* $3n'n''$.

Page 591, théorème VII, ligne 4, *au lieu de* $3m'n''$, *lisez* $4m'n''$; et ligne 7, *au lieu de* $3n''$, *lisez* $4n''$.

Page 591, théorème VIII, ligne 5, *au lieu de* $3m'n''$, *lisez* $4m'n''$; et page 592, ligne 6, *au lieu de* $3n''$, *lisez* $4n''$.

Page 592, théorème IX, ligne 4, *au lieu de* $m'n''' + n'n'''$, *lisez* $2m'n''' + 2n'n'''$; et ligne 5, *au lieu de* $m'n'''$, *lisez* $2m'n'''$.

Page 592, théorème X, ligne 5 et ligne 7, *au lieu de* $m'n''' + n'n'''$, *lisez* $2m'n''' + 2n'n'''$.